

二元一次方程（组）（加油站）

一、二元一次方程

1. 方程 $2x - 3y = 5$ ， $xy = 3$ ， $x + \frac{3}{y} - 1$ ， $3x - y + 2z = 0$ ， $x^2 + y = 6$ 中是二元一次方程的有（ ）.
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】A

【解析】只有 $2x - 3y = 5$ 是二元一次方程； $xy = 3$ ， $x + \frac{3}{y} - 1$ ， $x^2 + y = 6$ 是二元但不是一次的；
 $3x - y + 2z = 0$ 是三元一次方程.

【标注】【知识点】二元一次方程的定义

2. 方程 $2x - \frac{1}{y} = 0$ ， $3x + y = 0$ ， $2x + xy = 1$ ， $3x + y - 2x = 0$ ， $x^2 - x + 1 = 0$ 中，二元一次方程的个数是（ ）.
- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

【答案】D

【解析】方法一：由二元一次方程的定义可知，
是二元一次方程的有 $3x + y = 0$ ， $3x + y - 2x = 0$ ，共2个.
故选D.

方法二： $2x - \frac{1}{y} = 0$ 是分式方程，不是二元一次方程；

$3x + y = 0$ 是二元一次方程；

$2x + xy = 1$ 是二元二次方程，不是二元一次方程；

$3x + y - 2x = 0$ 是二元一次方程；

$x^2 - x + 1 = 0$ 是一元二次方程，不是二元一次方程.

故选D.

【标注】【知识点】二元一次方程的定义

3. 方程 $kx + 3y = 5$ 有一组解是 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ ，则 k 的值是 () .

A. 1

B. -1

C. 0

D. 2

【答案】 A

【解析】 把是 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 代入方程 $kx + 3y = 5$ 中，

得 $2k + 3 = 5$ ，

解得 $k = 1$.

【标注】 【知识点】 由二元一次方程的解求参数的值

4. 已知方程 $3x + 2y = 13$ 的整数解的组数 () .

A. 1组

B. 2组

C. 3组

D. 无数组

【答案】 D

【解析】 方程 $3x + 2y = 13$ ，

解得： $x = \frac{13 - 2y}{3}$ ，

$\because x、y$ 的正负不确定，

$\therefore$ 有无数组整数解 .

【标注】 【知识点】 二元一次方程的整数解

5. 已知 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 是方程 $3x + ay = 5$ 的解，则 a 的值为 ()

A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】 A

【解析】 将 x, y 的值代入原方程得 $6 + a = 5$ ，则 $a = -1$.

【标注】 【知识点】 由二元一次方程的解求参数的值

6. 已知关于 x, y 的方程式 $(a^2 - 1)x^2 - (a + 1)x + y = -5$ 是二元一次方程，则 $a =$ _____ .

【答案】 1

【解析】 根据二元一次方程的定义 $a^2 - 1 = 0$, 得 $a = \pm 1$, $a + 1 \neq 0$, $a \neq -1$.

$$\therefore a = 1 .$$

【标注】 【知识点】 由二元一次方程定义求参数的值

7. 若 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 是方程 $x - 2y = 0$ 的解 , 则 $3a - 6b - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -3

【解析】 $\because \begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 是方程 $x - 2y = 0$ 的解 ,

$$\therefore a - 2b = 0 ,$$

$$\therefore 3a - 6b = 0 ,$$

$$\therefore 3a - 6b - 3 = 0 - 3 = -3 .$$

【标注】 【知识点】 由二元一次方程的解求参数的值

8. 二元一次方程 $3x + y = 7$ 的正整数解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

【解析】 $\because$ 是正整数解 ,

$$\therefore x > 0 , y > 0 ,$$

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时 , } y = 4 ,$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时 , } y = 1 ,$$

$$\text{当 } x = 3 \text{ 时 , } y = -2 ,$$

$$\therefore \text{正整数解是 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} .$$

【标注】 【知识点】 二元一次方程组的经济问题

9. 已知方程 $x^{n-1} + 2y^{|m-1|} = m$ 是关于 x 、 y 的二元一次方程 , 求 m 、 n 的值 .

【答案】 $n = 2, m = 0$ 或 2 .

【解析】 根据题意可得： $n - 1 = 1, |m - 1| = 1$ ，所以 $n = 2, m = 0$ 或 2 .

故答案为： $n = 2, m = 0$ 或 2 .

【标注】 【知识点】 由二元一次方程定义求参数的值

10. 方程 $2x + 3y = 14$ 的正整数解有哪些？

【答案】 $y = 2, x = 4$ ，或 $y = 4, x = 1$.

【解析】 因为 $2x + 3y = 14$ ，

所以 y 只能是 $1, 2, 3, 4$ ，

由于 $y = 1$ 或 3 时 x 不是正整数，

故 $y = 2, x = 4$ ，或 $y = 4, x = 1$.

【标注】 【知识点】 二元一次方程的整数解

二、二元一次方程（组）

11. 方程组 $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$ 的解是（ ） .

A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$

【答案】 B

【解析】 $\begin{cases} x + y = 8 \text{①} \\ 2x + y = 10 \text{②} \end{cases}$ ，

② - ① 得： $x = 2$ ③，

将③代入①： $2 + y = 8$ ，

解得： $y = 6$ ，

$$\text{故} \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}.$$

故选B.

【标注】【知识点】二元一次方程的解

12. 方程组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y = -6 \\ \frac{1}{2}x + y = 2 \end{cases}$ 的解是 ().

A. $\begin{cases} x = 12 \\ y = -4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

【答案】A

【解析】 $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y = -6 \text{ ①} \\ \frac{1}{2}x + y = 2 \text{ ②} \end{cases},$

$$\text{①} - \text{②} \text{ 得: } 3y - y = -6 - 2,$$

$$2y = -8,$$

$$y = -4,$$

将 $y = -4$ 代入②得，

$$\frac{1}{2}x = 6,$$

$$x = 12,$$

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x = 12 \\ y = -4 \end{cases},$$

故选A.

【标注】【知识点】二元一次方程的解

13. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 5x + 3ay = 16 \\ -bx + 4y = 15 \end{cases}$ (其中 a, b 是常数) 的解为 $\begin{cases} x = 6 \\ y = 7 \end{cases}$, 则方程组

$$\begin{cases} 5(x+1) + 3a(x-2y) = 16 \\ -b(x+1) + 4(x-2y) = 15 \end{cases} \text{ 的解为 ().}$$

A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 7 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 5.5 \\ y = -1 \end{cases}$

【答案】B

【解析】依题意有 $\begin{cases} x+1 = 6 \text{ ①} \\ x-2y = 7 \text{ ②} \end{cases},$

$$\text{解①得 } x = 5,$$

把 $x = 5$ 代入②得 $5 - 2y = 7$ ，解得 $y = -1$ 。

故方程组 $\begin{cases} 5(x+1) + 3a(x-2y) = 16 \\ -b(x+1) + 4(x-2y) = 15 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$ 。

故选：B。

【标注】【知识点】换元法解二元一次方程组

14. 下列方程组中，是二元一次方程组的有 _____（填序号）。

$$\begin{aligned} \text{①} & \begin{cases} 2x - y = 7; \\ y = 2x - 1; \end{cases} \\ \text{②} & \begin{cases} x + y = 3; \\ xy = 2 \end{cases}; \\ \text{③} & \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = -\frac{1}{2}; \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}; \\ \text{④} & \begin{cases} 2x - y = 3; \\ y = 6 \end{cases}; \\ \text{⑤} & \begin{cases} \frac{1}{x} + 6 = 1 \\ x + y = \frac{2}{3} \end{cases}. \end{aligned}$$

【答案】 ①③④

【解析】 ②中 $xy = 2$ 是二元二次方程，

⑤中 $\frac{1}{x} + 6 = 1$ 是分式方程，

$\therefore$ ①③④都是二元一次方程组。

【标注】【知识点】二元一次方程的定义

15. 用代入法解方程组 $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 8y = 14 \end{cases}$ 。

【答案】 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 。

【解析】 $\begin{cases} x - y = 3 \text{①} \\ 3x - 8y = 14 \text{②} \end{cases}$ ，

由①得： $x = 3 + y$ ③，

将③代入②得： $3(3 + y) - 8y = 14$ ，

$\therefore y = -1$ ，

将 $y = -1$ 代入③得 $x = 2$ ，

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 。

【标注】【知识点】代入消元法解二元一次方程组

16. 解方程组 $\begin{cases} y + 1 = 3x + 2 \\ 4x + 2(y + 1) = 5 \end{cases}$ 。

【答案】 $\begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ y = \frac{13}{10} \end{cases}$ 。

【解析】略

【标注】【知识点】加减消元法解二元一次方程组

17. 解方程组：

$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} 23x + 17y = 63 \\ 17x + 23y = 57 \end{cases} \\ (2) & \begin{cases} 2018x + 2019y = 2017 \\ 1895x + 1894y = 1896 \end{cases} \end{aligned}$$

【答案】(1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 。

$$(2) \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}.$$

【解析】 (1) $\begin{cases} 23x + 17y = 63 \textcircled{1} \\ 17x + 23y = 57 \textcircled{2} \end{cases}$

①+②, 得

$$40x + 40y = 120$$

$$x + y = 3 \textcircled{3}$$

①-②, 得

$$6x - 6y = 6$$

$$x - y = 1 \textcircled{4}$$

③+④, 得 $x = 2$

③-④, 得 $y = 1$

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

(2) $\begin{cases} 2018x + 2019y = 2017 \textcircled{1} \\ 1895x + 1894y = 1896 \textcircled{2} \end{cases}$

①+②, 得 $3913x + 3913y = 3913$,

$$x + y = 1 \textcircled{3},$$

①-2018×③, 得 $y = -1$,

②-1894×③, 得 $x = 2$,

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】巧解对称式的二元一次方程组

18. 解方程组: $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+y) - \frac{1}{3}(x-y) = 1 \\ \frac{1}{3}(x+y) - \frac{1}{4}(x-y) = -1 \end{cases}$

【答案】 $\begin{cases} x = 51 \\ y = -9 \end{cases}$

【解析】 解: 令 $a = x + y$, $b = x - y$

则方程组可写为
$$\begin{cases} \frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b = 1 \text{ ①} \\ \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}b = -1 \text{ ②} \end{cases}$$

$\therefore$ 有 $a = 2 + \frac{2}{3}b$ 代入②式

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9}b - \frac{1}{4}b = -1$$

$$-\frac{1}{36}b = -\frac{5}{3}$$

$$b = 60$$

$$\therefore x = \frac{60 + 42}{2} = 51, y = \frac{42 - 60}{2} = -9,$$

$$\text{即} \begin{cases} x = 51 \\ y = -9 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】换元法解二元一次方程组

19. 解方程组：
$$\begin{cases} \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{2} = 6 \\ 3(x+y) - 2(x-y) = 28 \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases}.$$

【解析】 设 $x+y=m$, $x-y=n$, 则原方程组可变形为
$$\begin{cases} \frac{m}{3} + \frac{n}{2} = 6 \\ 3m - 2n = 28 \end{cases},$$

$$\text{化简得} \begin{cases} 2m + 3n = 36 \\ 3m - 2n = 28 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m = 12 \\ n = 4 \end{cases},$$

$$\text{即} \begin{cases} x+y = 12 \\ x-y = 4 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】换元法解二元一次方程组

20. 解方程组：

(1)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5} \\ 2x + 3y - 4z = 8 \end{cases}.$$

(2)
$$\begin{cases} x:y:z:u = 1:2:3:4 \\ 9x + 7y + 3z + 2u = 200 \end{cases}.$$

【答案】 (1) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \\ z = -5 \end{cases}$.

(2) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 10 \\ z = 15 \\ u = 20 \end{cases}$.

【解析】 (1) 设 $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5} = k$,
 $\therefore x = 3k, y = 2k, z = 5k$,
 代入 $2x + 3y - 4z = 8$,
 得 $6k + 6k - 20k = 8$,
 $\therefore k = -1$,
 $\therefore \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \\ z = -5 \end{cases}$.

(2) 设 $x = k$, 则 $y = 2k, z = 3k, u = 4k$,
 代入 $9x + 7y + 3z + 2u = 200$,
 得 : $9k + 14k + 9k + 8k = 200$,
 $\therefore k = 5$,
 $\therefore \begin{cases} x = 5 \\ y = 10 \\ z = 15 \\ u = 20 \end{cases}$.

【标注】【知识点】解三元一次方程组